



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۴۰۴-۱۴۰۳

نویسندگان: گروه الگوریتم دانشکده

دانشکده مهندسی و
علوم کامپیوتر
استاد: دکتر
حمیدرضا احمدی

آزمون میان‌ترم ۱

تاریخ: ۱۴۰۳/۰۸/۲۸ | مدت زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه

نام: _____ نام خانوادگی: _____ رشته/گرایش: _____
شماره دانشجویی: _____ شماره صندلی: _____

• استفاده از ماشین حساب، تلفن همراه و هرگونه یادداشت ممنوع است. پاسخ‌ها باید مستدل، مرحله‌به‌مرحله و خوانا باشند.

سوال ۱

در یک درخت متوازن AVL با n گره، روابط بازگشتی زیر را در نظر بگیرید:
الف) کمینه تعداد گره‌ها در یک درخت AVL به ارتفاع h را با رابطه $N(h) = N(h-1) + N(h-2) + 1$ اثبات کنید.
ب) دنباله کلیدهای $\langle 42, 18, 65, 8, 27, 89, 35 \rangle$ را در یک درخت تهی AVL درج کرده و در هر مرحله چرخش‌های انجام‌شده (LL, RR, LR, RL) را به وضوح مشخص نمایید.

سوال ۲

با استفاده از قضیه مستر (Master Theorem)، مرتبه رشد زمانی روابط بازگشتی زیر را تعیین کنید:
الف) $T(n) = 4T(n/2) + \Theta(n^2)$
ب) $T(n) = 3T(n/4) + \Theta(n \log n)$
ج) در صورتی که برای رابطه $T(n) = 2T(n/2) + \frac{n}{\log n}$ قضیه مستر صادق نباشد، دلیل آن را توضیح دهید.

سوال ۳

تحلیل استهلاکی (Amortized Analysis) یک ساختار داده هرم دوتایی پویا (Dynamic Binary Heap) با ظرفیت متغیر را با روش تابع پتانسیل فیزیک‌دان $\Phi(D_i) = 2 \cdot \text{num} - \text{size}$ بررسی کرده و اثبات نمایید هزینه استهلاکی

عمل درج همواره $O(1)$ باقی می‌ماند.

سوال ۴

یک جدول درهم‌سازی با روش کاوش خطی (Linear Probing) و تابع درهم‌ساز $h(k) = (3k + 5) \pmod{11}$ طراحی شده است. نحوه درج کلیدهای $k \in \{12, 44, 13, 88, 23, 94\}$ را شرح دهید و تعداد برخوردها را محاسبه فرمایید.